



TITLE:

磁力線のカオスにおける長時間相関とプラズマ閉じ込め(プラズマ,磁性体,光学系,カオスとその周辺,研究会報告)

AUTHOR(S):

羽鳥, 尹承

CITATION:

羽鳥, 尹承. 磁力線のカオスにおける長時間相関とプラズマ閉じ込め(プラズマ,磁性体,光学系,カオスとその周辺,研究会報告). 物性研究 1986, 46(2): 262-265

ISSUE DATE:

1986-05-20

URL:

<http://hdl.handle.net/2433/91989>

RIGHT:

磁力線のカオスにおける長時間相関とプラズマ閉じ込め

名大・プラズマ研究所 羽 鳥 尹 承

I 序

与えられた磁場, $\mathbf{B}(\mathbf{r}, t)$, に対して磁力線の方程式は

$$\frac{d}{d\tau} \mathbf{r}(\tau) = \mathbf{B}(\mathbf{r}(\tau), t) \quad (1)$$

で与えられる。ここでは τ は磁力線に沿う長さに比例するパラメーターで, t は時間変数である。マックスウェル方程式より, $\text{div} \mathbf{B} = 0$ であるから, (1) は保存力学系である。この力学系で時間に相当するのは τ であり, t は固定して考える。しかし長時間のふるまいでは t を通して磁場が変化する。例えば磁気再結合が起れば磁場のトポロジーが変化し, 方程式(1)の構造が変化する。以下ではこのようなMHD的不安定性が起り閉じ込めプラズマに磁力線のカオスが発生し, プラズマ輸送現象に興味深い結果をもたらすことを示す。

II Disruption 現象

トーラス状のプラズマ(従って磁力線もトーラスを形成している)には disruption という現象がある。プラズマから発生するX線の emissivity が時間的に急激に変化する現象である。Minor disruption の場合はすぐ回復するが再び繰り返す。中には major disruption と言ってプラズマが消滅するほど大規模な場合もあり, 装置の破壊にもつながり重大である。Disruption の前ぶれとして precursor oscillation が伴っている。トモグラフィー法で構成されたX線 emissivity の二次元空間(トーラスの断面)での構造を図1に示した¹⁾。平衡でのプラズマでは円の入れ子構造になるはずであるが, 図1で見えるように, 角度方向に $m=2$ の成分を持つ磁場の擾動が存在している。詳しく現象を調べるために三次元シミュレーションを行った例がある。MHD 方程式と電子のエネルギーバランスの式を基礎方程式系としている。磁場の擾動の原因は tearing mode (磁気再結合により引き起される) と考えられる。プラズマの断面に投影して考えれば, ニヶ所の異なる半径の近傍から擾動が成長する。初めに $m=2$ 成分が成長し, 次いで $m=3$ 成分がそれより内側の半径で成長する。それぞれの擾動

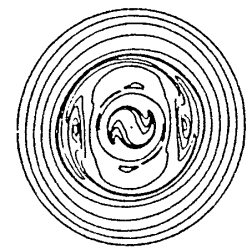


図1

は磁気島を形成し、成長するにつれて二列の島は重なり始める。この時磁力線の Poincare map に構造的変化が生じ磁力線のカオスが発生する。図 2 にはその時間的な変化が示されている。²⁾ 先ず $m=2$ の構造が現れ、次第に内側に $m=3$ の構造が現れる。カオスの起っている空間

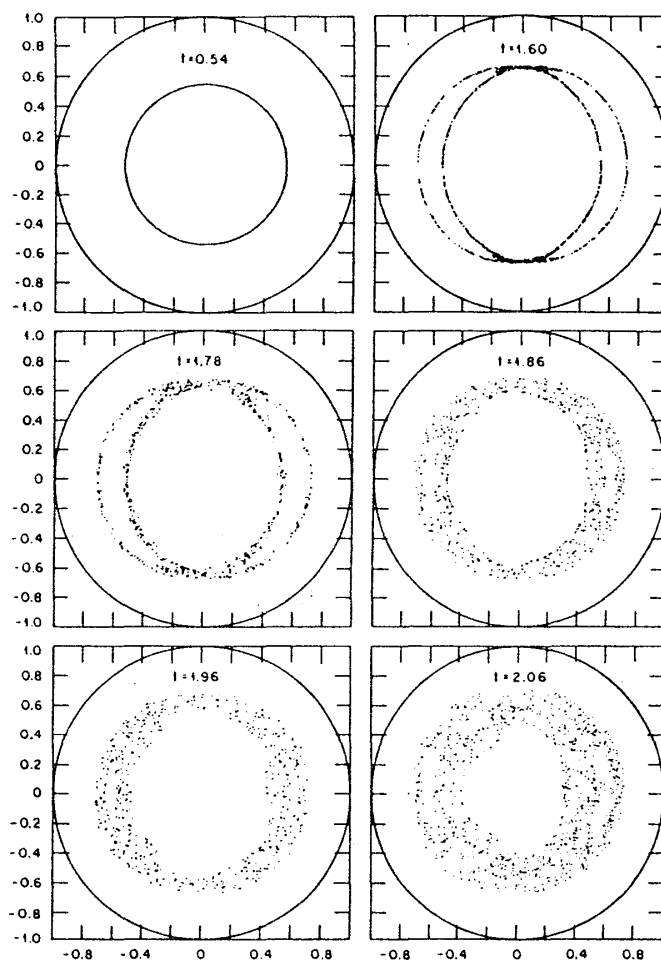


図 2

領域では、電子温度や電流に関する急激な輸送現象が起っているため、disruption として観測されると解釈できる。

Ⅲ 2-Wave Hamiltonian と長時間相関

磁力線の方程式(1)は保存力学系であるから適当な変換をほどこすと Hamiltonian 系となる。簡単のためにトーラスプラズマを円柱プラズマで近似する。軸方向の z 座標に関し物理量が長さ R の周期を持っていると仮定する。

磁力線の方程式は

$$\frac{dr}{dz} = \frac{B_r(r, \theta, z)}{B_z(r, z)}$$

$$\frac{d\theta}{dz} = \frac{1}{r} \frac{B_\theta(r, \theta, z)}{B_z(r, z)} \quad (2)$$

ここに $R\varphi = z$ で角度 φ を導入し, Hamiltonian 及び角変数 I を

$$H = \int^r B_\theta(r', \theta, z) dr'$$

$$I = \int^r r' B_z(r', z) dr'$$

と定義すると(2)はハミルトン方程式

$$\frac{d}{d\varphi} I = - \frac{\partial H(I, \theta, \varphi)}{\partial \theta}$$

$$\frac{d}{d\varphi} \theta = \frac{\partial H(I, \theta, \varphi)}{\partial I}$$

となることが分る。力学的平衡でのプラズマは $H = H_0(I)$ で記述できる。Disruption が起る場合は少くとも二つの摂動が加わっているので, Hamiltonian は

$$H(I, \theta, \varphi) = H_0(I) + V_{mn} \cos(m\theta - n\varphi) + V_{pq} \cos(p\theta - q\varphi)$$

を考える。現実には $m=2$, $n=1$ 及び $p=3$, $q=2$ となっている。さらに適当に変換すれば

$$H(p, x, \tau) = \frac{p^2}{2} - M \cos x - p \cos[k(x - \tau)] \quad (3)$$

となり, 2-wave Hamiltonian となる。

Hamiltonian (3) のカオス軌動について調べ, disruption 現象の性質を論ずる。速度の時間相関関数が巾則で減衰することを数値計算及び理論的に示すことができる。³⁾ まず時間平均で定義した相関

$$C_{vv}^T(s) = \frac{1}{T} \int_0^T dt \delta v(t+s, X) \delta v(t, X)$$

を考える。ここに X は位相空間での初期点を意味する。 $C_{vv}^T(s)$ を数値計算で求めた一例を図3に示してある。対数プロットであるから, 巾則減衰であることを示している。一方アンサンブル平均で定義した相関

$$C_{vv}^A(s) = \int_D dX \delta v(t+s, X) \delta v(t, X) / \int_D dX$$

がやはり巾則減衰を示すことも以下のように理論的に証明できる。

Hamiltonian(3)の長時間ふるまいを記述する有効Hamiltonianは(3)と同型になる。有効Hamiltonianでは、新しく定義された変数 (p', x', τ') やパラメーター (M', P', k') で表わされる。この自己相似性に基づき相関関数 $(s$ から ω へ変換してある)のrecursion relation

$$C_{vv}^A(\omega, k, M, P) = \beta_n C_{vv}^A(\alpha_n \omega, k_n, M_n, P_n) \quad (4)$$

が導ける。求めるべき $C_{vv}^A(\omega)$ は一連のくり込み写像 $\{\alpha_n, \beta_n, k_n, M_n, P_n\}$ に対するinvariantとなっている。この写像には固定点が存在し、その近傍では方程式(4)を解くことができ、 $C_{vv}^A(\omega) \propto \omega^{-\delta}$ 型の解が得られる。巾 δ を計算することができ、 $\delta = 1$ （従って $1/f$ ノイズ）になる場合もある。

カオスによる磁力線の輸送は、ハミルトン系であるから、Vlasov方程式に基いて写映演算子法で論ずることができる。長時間相関に応じて記憶効果の入った拡散過程となり、この事が実際のプラズマでどのように反映しているのか興味深い。

参考文献

- 1) Santhoff et al.: Nuclear Fusion **18** (1978) 1450
- 2) Carreras et al.: Physics of Fluids **23** (1980) 1819
- 3) T. Hatori and H. Irie: 準備中

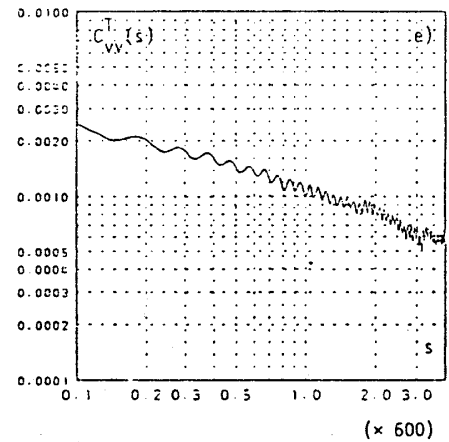


図 3